вектори швидкостей $\vec{v}_\infty^e$ і $\vec{v}_\infty^m$ на сферах впливу планет старту і призначення (рис.1). При цьому задача оптимізації міжпланетного перельоту формулюється як задача оптимального керування динамічною системою з розривами і зміною фазового простору, зміна фазових координат якої описусться рівняннями для активних ділянок в сферах впливу планет старта і призначенння. Зміна фазового простору відбувається в момент завершення активної ділянки маневра в сфері впливу планети старта (Землі) і початку другої активної ділянки в сфері впливу планети призначення (Марса).

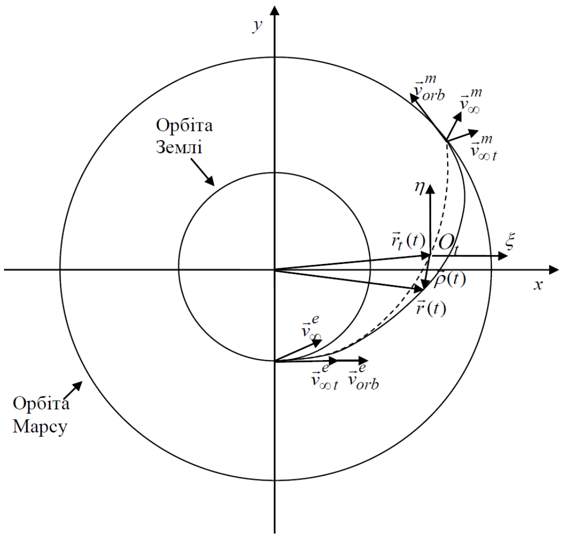

Рис. 1. Схема розрахунку геліоцентричної ділянки траєкторії за допомогою метода транспортуючої траєкторії

При цьому маса КА в момент початку другої активної ділянки визначається через кінцеву масу першої активної ділянки і швидкості $\vec{v}_\infty^e, \vec{v}_\infty^m$ [2]:

$$m(t_2) = \frac{m(t_1)}{1 + \alpha \cdot m(t_1) \cdot J(\vec{v}_\infty^e, \vec{v}_\infty^m)} \qquad (1)$$

де $\alpha = M_* V_*^2 \big/ 2N_{el\max} t_*$ ($N_{el\max}$ – максимальна електрична потужність живлення двигуна малої тяги, M_*, V_*, t_* – масштаби маси, швидкості і часу); $m(t_1)$, $m(t_2)$ − безрозмірні маси КА в момент завершення першої і початку другої активної ділянки, відповідно; $J(\vec{v}_\infty^e, \vec{v}_\infty^m)$ − оптимальне значення функціоналу задачі руху на геліоцентричній ділянці, який визначається як інтеграл від квадрата абсолютного значення вектора реактивного прискорення $\vec{a}(t)$ ($J = \int_{t_1}^{t_2} a^2 dt$).

При розв’язанні задачі руху на геліоцентричній ділянці застосовується метод транспортуючої траєкторії (МТТ). Згідно МТТ (рис. 1), радіус-вектор центра мас КА в геліоцентричній системі координат $\vec{r}(t)$ представляється у вигляді [2]:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_t(t) + \vec{\rho}(t), \tag{2}$$

де $\vec{r}_t$ – радіус-вектор початку транспортуючої системи координат, що рухається по кеплерівській дузі [2], або по кривій, що складається з відрізків кеплерівських дуг [3] (штрихова лінія на рис. 1); $\vec{\rho}(t)$ – радіус-вектор центра мас КА в транспортуючій системі координат $O_t\xi\eta$. В першому випадку задача оптимізації руху на геліоцентричній ділянці формулюється таким чином [2, 4]:

$$\begin{aligned}
&\dot{\xi} = v_\xi;\ \dot{\eta} = v_\eta;\ \dot{v}_\xi = a_x;\ \dot{v}_\eta = a_y;\ \dot{J} = a_x^2 + a_y^2;\ J(t_2) \to \min;\\
&\xi(t_1) = 0;\ \eta(t_1) = 0;\ v_\xi(t_1) = v^e_{\infty x} - v^e_{\infty tx};\ \ v_\eta(t_1) = v^e_{\infty y} - v^e_{\infty ty};\\
&\xi(t_2) = 0;\ \eta(t_2) = 0;\ v_\xi(t_2) = v^m_{\infty x} - v^m_{\infty tx};\ \ v_\eta(t_2) = v^m_{\infty y} - v^m_{\infty ty};\\
&J(t_1) = 0,
\end{aligned} \tag{3}$$

де v_ξ, v_η – компоненти вектора швидкості КА в транспортуючій системі координат; t_1, t_2 – моменти початку і завершення руху на геліоцентричній ділянці, $T = t_2 - t_1$ – час виконання геліоцентричного маневра.

Розв’язання цієї задачі дає аналітичний вираз для функціонала

$$\begin{aligned}
J(\vec{v}^e_\infty, \vec{v}^m_\infty) = \frac{4}{t_2 - t_1}\Big[&\{(v^m_{\infty tx} - v^m_{\infty x})^2 + (v^m_{\infty tx} - v^m_{\infty x})(v^e_{\infty tx} - v^e_{\infty x}) + (v^e_{\infty tx} - v^e_{\infty x})^2\} +\\
&+ \{(v^m_{\infty ty} - v^m_{\infty y})^2 + (v^m_{\infty ty} - v^m_{\infty y})(v^e_{\infty ty} - v^e_{\infty y}) + (v^e_{\infty ty} - v^e_{\infty y})^2\}\Big]
\end{aligned} \tag{4}$$

При застосуванні модифікованого методу транспортуючої траєкторії [3] розв’язок (4) вдається узагальнити таким чином, щоб побудувати просту обчислювальну процедуру для розрахунку частинних похідних функціонала $J(\vec{v}^e_\infty, \vec{v}^m_\infty)$ по своїх аргументах – компонентах векторів $\vec{v}^e_\infty, \vec{v}^m_\infty$ [5].

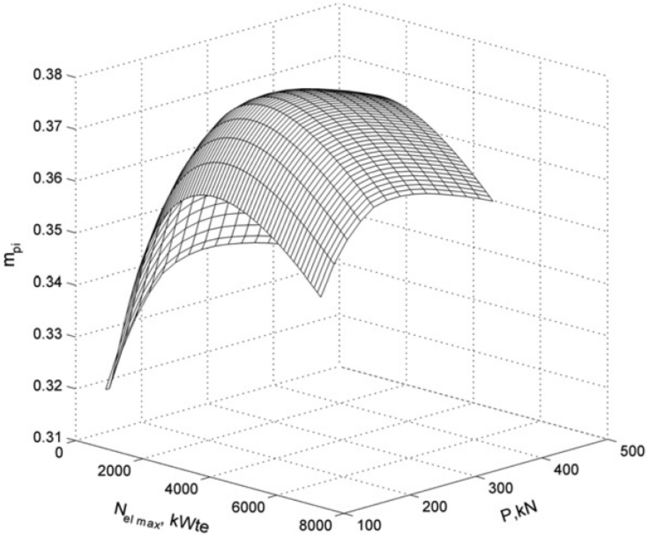

Рис. 2. Залежність маси корисного навантаження від максимальної тяги та максимальної електричної потужності

Дослідження оптимального керування на активних ділянках великої тяги проведені за допомогою принципу максимуму Понтрягіна [2, 4]. Побудовані програми оптимального керування, виведені умови трансверсальності та умови стрибка. В результаті задачу оптимального керування було зведено до двоточкової крайової задачі, яка розв'язується чисельно. Чисельні розрахунки проведено на прикладі задачі оптимізації перельоту Земля-Марс для різних тривалостей перельоту. Масові моделі, які дозволяють визначати маси рушійних систем великої та малої тяги, від, відповідно, максимальної тяги P і максимальної електричної потужності $N_{el\max}$ наведені в [4]. Розроблені алгоритми дозволяють ефективно проводити оптимізацію масових параметрів. Приклад, який ілюструє можливості такої оптимізації, дає рис. 2, де наведена залежність маси корисного навантаження від параметрів P і $N_{el\max}$ для перельоту тривалістю 180 діб. Подібні залежності дають можливості для ефективного вибору оптимальних значень параметрів.

Висновки

Розглянуті підходи до проведення комплексної оптимізації траєкторій, законів керування і масових параметрів рушійних систем для міжпланетних перельотів при комбінованій участі двигунів великої і малої тяги. Досліджені математичні аспекти постановок відповідних задач та можливостей їх розв'язання методами класичної теорії оптимального керування в її застосуванні до динамічних систем з розривами та зміною фазового простору. Обговорені і проілюстровані деякі можливості застосування вказаних підходів.

Список літератури

1. Howe S. Recent Activities at the CSNR for Developing Nuclear Thermal Rockets // 61st International Astronautical Congress, Prague, Czech Republic, September 27-October 1, 2010. Proceedings, Paper IAC-10-C4.7 –C3.5.2.
2. Кифоренко Б.Н., Харитонов А.М. Оптимальные перелеты космических аппаратов с двухрежимными ядерными двигателями // Прикладная механика. – 2010, 46, №10.- С.78-89.
3. Суханов А.А., де А. Прадо А.Ф.Б. Модификация метода транспортирующей траектории // Космич. исследования.- 2004, Т.42, №1.- с.107-112.
4. Kharytonov O.M., Kiforenko B.M. Finite-thrust optimization of interplanetary transfers of space vehicle with bimodal nuclear thermal propulsion // Acta Astronautica, 69 (2011), pp. 223-233.
5. Kharitonov A.M. Application of the modified method of transporting trajectory to optimize interplanetary transfers combining low and high thrust // International Applied Mechanics, 2013, 49 (5), pp. 597-607.