УДК 629.7.015

Л.В. Харитонова, к. ф.-м. н., М.С. Циба
(Національний транспортний університет, Україна)
О.М. Харитонов, к. ф.-м. н.
(Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Україна)

Побудова оптимальних траєкторій міжпланетних перельотів з комбінуванням великої та малої тяги

Запропоновано підхід до побудови оптимальних траєкторій міжпланетних перельотів з комбінуванням великої та малої тяги, оснований на застосуванні модифікованого методу транспортуючої траєкторії. Досліджено застосування підходу для розрахунку оптимальних параметрів перельоту по негоманівським «спринтерським» траєкторіям на прикладі міжпланетного перельоту Земля-Марс.

Метою доповіді є аналіз підходів до комплексної оптимізації траєкторій, законів керування і параметрів при здійсненні маневрів з доставки великих вантажів з низької навколоземної орбіти на геостаціонарну, а також – на орбіти супутників планет Сонячної системи і Місяця - однієї з найбільш важливих задач сучасної космонавтики [1]. Ефективне виконання міжпланетних експедицій вимагає впровадження новітніх типів рушійних систем та проведення відповідних досліджень оптимальних перельотів космічних апаратів (КА) з такими рушійними системами. Найбільш перспективними рушійними системами вважаються ядерні ракетні двигуни, здатні працювати в двох режимах – великої та малої тяги. На першому режимі ядерний реактор використовується як джерело теплової енергії для нагріву робочого тіла, що, витікаючи скрізь сопло, утворює реактивну тягу, на другому (разом з відповідною системою перетворення енергії) – як джерело електричної енергії для живлення електричних двигунів малої тяги.

При розрахунку міжпланетних траєкторій КА з дворежимними двигунами приймається, що траєкторія складається з трьох ділянок, на кожній з яких враховується гравітаційний вплив лише одного небесного тіла (дві планетоцентричних та геліоцентрична ділянки). Задача оптимального керування при цьому формулюється для динамічної системи, траєкторія якої визначається в трьох фазових просторах. Необхідною умовою для цього є наявність аналітичного розв’язку для задачі геліоцентричного руху з малою тягою. Такий розв’язок може бути отриманим за допомогою метода транспортуючої траєкторії [2] або його модифікації [3].

Загальна задача оптимального комбінування великої і малої тяги зводиться до визначення законів керування дворежимною рушійною системою і розподілу масових витрат на генерування тяги (що включають паливні витрати і масу рушійної системи) між ділянками великої та малої тяги з метою максимізації корисного навантаження при заданих стартовій масі КА і часу виконання перельоту [2]. Параметрами, що підлягають оптимізації і визначають розподіл витрат палива між ділянками великої та малої тяги, є

вектори швидкостей $\vec{v}_\infty^e$ і $\vec{v}_\infty^m$ на сферах впливу планет старту і призначення (рис.1). При цьому задача оптимізації міжпланетного перельоту формулюється як задача оптимального керування динамічною системою з розривами і зміною фазового простору, зміна фазових координат якої описується рівняннями для активних ділянок в сферах впливу планет старта і призначенння. Зміна фазового простору відбувається в момент завершення активної ділянки маневра в сфері впливу планети старта (Землі) і початку другої активної ділянки в сфері впливу планети призначення (Марса).

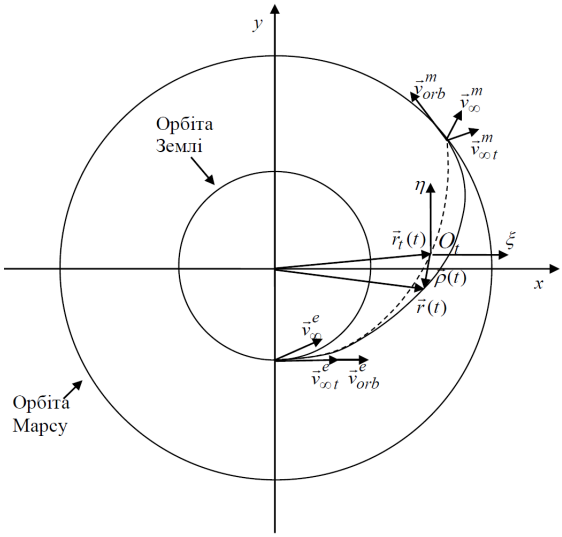

Рис. 1. Схема розрахунку геліоцентричної ділянки траєкторії за допомогою метода транспортуючої траєкторії

При цьому маса КА в момент початку другої активної ділянки визначається через кінцеву масу першої активної ділянки і швидкості $\vec{v}_\infty^e, \vec{v}_\infty^m$ [2]:

$$m(t_2) = \frac{m(t_1)}{1 + \alpha \cdot m(t_1) \cdot J(\vec{v}_\infty^e, \vec{v}_\infty^m)}$$

(1)

де $\alpha = M_* V_*^2 \big/ 2N_{el\max} t_*$ ($N_{el\max}$ – максимальна електрична потужність живлення двигуна малої тяги, M_*, V_*, t_* – масштаби маси, швидкості і часу); $m(t_1)$, $m(t_2)$ − безрозмірні маси КА в момент завершення першої і початку другої активної ділянки, відповідно; $J(\vec{v}_\infty^e, \vec{v}_\infty^m)$ − оптимальне значення

функціоналу задачі руху на геліоцентричній ділянці, який визначається як інтеграл від квадрата абсолютного значення вектора реактивного прискорення $\vec{a}(t)$ ($J = \int_{t_1}^{t_2} a^2 dt$).

При розв'язанні задачі руху на геліоцентричній ділянці застосовується метод транспортуючої траєкторії (МТТ). Згідно МТТ (рис. 1), радіус-вектор центра мас КА в геліоцентричній системі координат $\vec{r}(t)$ представляється у вигляді [2]:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_t(t) + \vec{\rho}(t),$$

(2)

де $\vec{r}_t$ – радіус-вектор початку транспортуючої системи координат, що рухається по кеплерівській дузі [2], або по кривій, що складається з відрізків кеплерівських дуг [3] (штрихова лінія на рис. 1); $\vec{\rho}(t)$ – радіус-вектор центра мас КА в транспортуючій системі координат $O_t\xi\eta$. В першому випадку задача оптимізації руху на геліоцентричній ділянці формулюється таким чином [2, 4]:

$$\begin{aligned}
&\dot{\xi} = v_\xi;\ \dot{\eta} = v_\eta;\ \dot{v}_\xi = a_x;\ \dot{v}_\eta = a_y;\ \dot{J} = a_x^2 + a_y^2;\ J(t_2) \to \min;\\
&\xi(t_1) = 0;\ \eta(t_1) = 0;\ v_\xi(t_1) = v_{\infty x}^e - v_{\infty tx}^e;\ \ v_\eta(t_1) = v_{\infty y}^e - v_{\infty ty}^e;\\
&\xi(t_2) = 0;\ \eta(t_2) = 0;\ v_\xi(t_2) = v_{\infty x}^m - v_{\infty tx}^m;\ \ v_\eta(t_2) = v_{\infty y}^m - v_{\infty ty}^m;\\
&J(t_1) = 0,
\end{aligned}$$

(3)

де v_ξ, v_η – компоненти вектора швидкості КА в транспортуючій системі координат; t_1, t_2 – моменти початку і завершення руху на геліоцентричній ділянці, $T = t_2 - t_1$ – час виконання геліоцентричного маневра.

Розв'язання цієї задачі дає аналітичний вираз для функціонала

$$\begin{aligned}
J(\vec{v}_\infty^e, \vec{v}_\infty^m) = \frac{4}{t_2 - t_1}\Big[&\{(v_{\infty tx}^m - v_{\infty x}^m)^2 + (v_{\infty tx}^m - v_{\infty x}^m)(v_{\infty tx}^e - v_{\infty x}^e) + (v_{\infty tx}^e - v_{\infty x}^e)^2\} +\\
&+ \{(v_{\infty ty}^m - v_{\infty y}^m)^2 + (v_{\infty ty}^m - v_{\infty y}^m)(v_{\infty ty}^e - v_{\infty y}^e) + (v_{\infty ty}^e - v_{\infty y}^e)^2\}\Big]
\end{aligned}$$

(4)

При застосуванні модифікованого методу транспортуючої траєкторії [3] розв'язок (4) вдається узагальнити таким чином, щоб побудувати просту обчислювальну процедуру для розрахунку частинних похідних функціонала $J(\vec{v}_\infty^e, \vec{v}_\infty^m)$ по своїх аргументах – компонентах векторів $\vec{v}_\infty^e, \vec{v}_\infty^m$ [5].

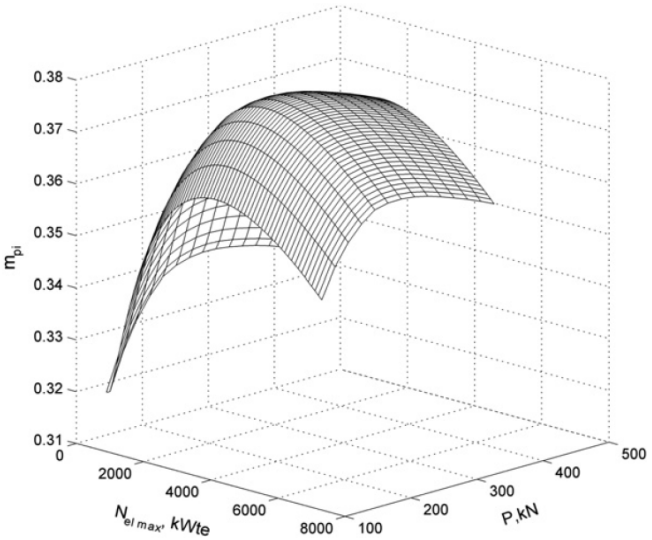

Рис. 2. Залежність маси корисного навантаження від максимальної тяги та максимальної електричної потужності

Дослідження оптимального керування на активних ділянках великої тяги проведені за допомогою принципу максимуму Понтрягіна [2, 4]. Побудовані програми оптимального керування, виведені умови трансверсальності та умови стрибка. В результаті задачу оптимального керування було зведено до двоточкової крайової задачі, яка розв'язується чисельно. Чисельні розрахунки проведено на прикладі задачі оптимізації перельоту Земля-Марс для різних тривалостей перельоту. Масові моделі, які дозволяють визначати маси рушійних систем великої та малої тяги, від, відповідно, максимальної тяги P і максимальної електричної потужності $N_{el\max}$ наведені в [4]. Розроблені алгоритми дозволяють ефективно проводити оптимізацію масових параметрів. Приклад, який ілюструє можливості такої оптимізації, дає рис. 2, де наведена залежність маси корисного навантаження від параметрів P і $N_{el\max}$ для перельоту тривалістю 180 діб. Подібні залежності дають можливості для ефективного вибору оптимальних значень параметрів.

Висновки

Розглянуті підходи до проведення комплексної оптимізації траєкторій, законів керування і масових параметрів рушійних систем для міжпланетних перельотів при комбінованій участі двигунів великої і малої тяги. Досліджені математичні аспекти постановок відповідних задач та можливостей їх розв'язання методами класичної теорії оптимального керування в її

застосуванні до динамічних систем з розривами та зміною фазового простору. Обговорені і проілюстровані деякі можливості застосування вказаних підходів.

Список літератури

1. Howe S. Recent Activities at the CSNR for Developing Nuclear Thermal Rockets // 61st International Astronautical Congress, Prague, Czech Republic, September 27-October 1, 2010. Proceedings, Paper IAC-10-C4.7 –C3.5.2.
2. Кифоренко Б.Н., Харитонов А.М. Оптимальные перелеты космических аппаратов с двухрежимными ядерными двигателями // Прикладная механика. – 2010, 46, №10.- С.78-89.
3. Суханов А.А., де А. Прадо А.Ф.Б. Модификация метода транспортирующей траектории // Космич. исследования.- 2004, Т.42, №1.- с.107-112.
4. Kharytonov O.M., Kiforenko B.M. Finite-thrust optimization of interplanetary transfers of space vehicle with bimodal nuclear thermal propulsion // Acta Astronautica, 69 (2011), pp. 223-233.
5. Kharitonov A.M. Application of the modified method of transporting trajectory to optimize interplanetary transfers combining low and high thrust // International Applied Mechanics, 2013, 49 (5), pp. 597-607.