

Про розв'язання задачі комівояжера з урахуванням суб'єктивного сприйняття обліку часу

У роботі досліджується використання нечітких чисел і методу відпаду для розв'язання задачі комівояжера, яка передбачає пошук найкоротшого за часом маршруту між набором міст з урахуванням суб'єктивності сприйняття обліку часу. Для формалізації неточності та невизначеності вхідних даних про тривалість руху на ділянках маршруту використовуються нечіткі числа. Задача комівояжера розв'язується за допомогою методу відпаду. Наведено результати чисельних експериментів, які показують конструктивність підходу з використанням нечітких чисел.

Постановка задачі.

Задача комівояжера (traveling salesman problem, TSP) є однією з найвідоміших обчислювальних задач оптимізації [1]. Завдання полягає в тому, щоб для заданої кількості міст знайти найкоротший маршрут, що проходить через кожне місто рівно один раз.

Пронумеруємо міста числами $(1, 2, 3, \dots, n)$, а маршрут комівояжера опишемо циклічною перестановкою номерів $t = (j_1, j_2, \dots, j_n, j_1)$, причому усі j_1, \dots, j_n - різні номери.

Сукупність міст можна розглядати у вигляді вершин деякого графу з заданим часом на пересування між усіма парами вершин c_{ij} , які утворюють матрицю $C = (c_{ij})$, $i, j = \overline{1, n}$. Будемо вважати матрицю симетричною. Тоді формальне завдання полягає у тому, щоб знайти найкоротший маршрут за часом t , який проходить через кожне місто та закінчується в точці відправлення.

Нехай $I = \{1, \dots, n\}$ - множина індексів вершин графу задачі. Цільова функція – сумарний час проходження маршруту, що включає у себе усі вершини графа задачі. Параметрами задачі є елементи матриці $C = (c_{ij})$, $i, j \in I$.

Змінними задачі є елементи бінарної матриці переходів між вершинами $X = \{x_{ij}\}$, $i, j \in I$, які дорівнюють 1, якщо у побудованому маршруті для задачі присутнє ребро (v_i, v_j) , 0 - інакше. Оптимальним є найкоротший за відстанню або за часом маршрут:

$$E = \sum_{i \in I} \sum_{j \in I, j \neq i} c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (1)$$

з обмеженнями

$$\sum_{j \in I, j \neq i} x_{ij} = 1, i \in I, \quad \sum_{i \in I, j \neq i} x_{ij} = 1, j \in I, \quad (2)$$

$$v_i - v_j + nx_{ij} \leq n - 1, 1 \leq i \neq j \leq n.$$

Остання нерівність забезпечує зв'язність маршруту обходу вершин, він не може складатися з двох і більше незв'язаних частин.

Метод розв'язання задачі.

За постановкою задачі оцінка часових витрат на подорож між містами може різнитись з урахуванням суб'єктивної ситуації та часу на пересування за етапами маршруту. Одним з найбільш конструктивних способів подання такої оцінки є підхід на основі використання нечітких трикутних або параболічних чисел [2]. Визначення тривалості подорожі між містами з урахуванням факторів руху, що впливають на шлях, у вигляді нечітких чисел (НЧ) дозволяє визначати орієнтовний часовий діапазон на подолання шляху між окремими містами. Витрати часу, розраховані за рекомендованої середньої швидкості, суттєво змінюються за умови суб'єктивного сприйняття обліку часу, що призводить до необхідності врахування параметрів часового плину. Фактичний час в цьому випадку подається у вигляді нечітких трикутних або параболічних чисел.

Використовуючи метод відпалу [3] для пошуку наближеного розв'язку задачі комівояжера у поєднанні з нечіткими числами (з відповідним методом розрахування їх рангу), отримано кращі за тривалістю маршрути оптимальної подорожі комівояжера з врахуванням динамічних особливостей доріг між пунктами призначення. Для конструктивності застосування алгоритму відпалу реалізовано арифметичні операції над нечіткими числами, що задають суб'єктивний облік часу між містами. Проведено порівняння маршрутів за допомогою застосування та обчислення рангів нечітких чисел одним із відомих методів [4].

Результати.

В ході дослідження було запропоновано реалізацію методу відпалу для розв'язання задачі комівояжера з урахуванням суб'єктивного сприйняття обліку часу на подолання ділянок дороги між містами. У рамках підходу формалізовано представлення часових інтервалів на основі нечітких чисел для та використано багатопотокову обчислювальну програмну реалізацію. Визначено метод метод центру тяжіння для розрахунку рангу нечітких чисел. Порівняння методів оцінки маршруту наведено у таблиці 1, де час на типове проходження визначає витрати часу на заплановане проходження маршруту без урахування факторів руху, розрахований час - реалістична оцінка часу проходження, отримана обраним методом з урахуванням умов руху:

Таблиця 1.

Порівняння методів оцінки маршруту

| Метод | Час на типове проходження | Розрахований час |
|----------------------|---------------------------|------------------|
| Пікова абсциса | 5367.78 | 5046.0 |
| ВОА (трикутні НЧ) | 5332.54 | 5291.72 |
| ВОА (параболічні НЧ) | 5369.91 | 5341.70 |
| СОГ (трикутні НЧ) | 5332.40 | 5332.86 |
| СОГ (параболічні НЧ) | 5369.67 | 5368.72 |

Висновки. В роботі досліджено застосування нечітких чисел і методу відпаду для пошуку розв'язків задачі комівояжера з урахуванням суб'єктивного сприйняття обліку часу в реальних умовах руху, що дозволяє сформулювати нечітку оптимізаційну задачу комівояжера для знаходження найкращого за часом маршруту, який визначається величиною необхідного для подорожі між містами часу. Для формалізації невизначеності та неточності вхідних даних, пов'язаної з впливом суб'єктивності в оцінках тривалості необхідних інтервалів часу, використовуються нечіткі числа. Їх застосування обумовлено можливістю конструктивного формулювання обмежень, зв'язаних з умовами руху та наявністю факторів, які можуть вплинути на результат розв'язування задачі. Розглянуто метод відпаду для оптимізації розв'язків задачі комівояжера шляхом поступового зниження енергії системи, що дозволяє досліджувати різні розв'язки та уникати локальних мінімумів. Отримано чисельні результати, проведено їх порівняння з використанням різних методів, що дозволило зробити висновок про конструктивність та ефективність запропонованої методики. Планується подальше вдосконалення розробленого методу на основі застосування процедури жадібного вибору та його застосування для вирішення нечітких динамічних задач комівояжера.

Список літератури

1. Schrijver, Alexander. On the history of combinatorial optimization (till 1960)/ In K. Aardal; G.L. Nemhauser; R. Weismantel (eds.). Handbook of Discrete Optimization (PDF). Amsterdam: Elsevier, 2005. - Pp. 1–68.
2. Bablu Jana and Tapan Kumar Roy. Multi-Objective Fuzzy Linear Programming and Its Application in Transportation Model // Tamsui Oxford Journal of Mathematical Sciences. – 2005. – V.21. – No.2. – P.243-268.
3. Grabusts, P., Musatovs, J., & Golenkov, V. The application of simulated annealing method for optimal route detection between objects// Procedia Computer Science. - 2019. – 149. - Pp. 95-101.
4. Nejad, Ali Mahmodi, and Mashaallah Mashinchi. Ranking fuzzy numbers based on the areas on the left and the right sides of fuzzy number// Computers & Mathematics with Applications. – 2011. – V. 61. - No. 2. - Pp. 431-442.